

УДК 678.5.046

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Блазнов А.Н., Зубков А.С., Кротов А.С., Самойленко В.В.

*Институт проблем химико-энергетических технологий Сибирского отделения  
Российской академии наук, ООО «ЭЛЕКТРОМАШ», Алтайский  
государственный университет*

### **Аннотация**

Работа направлена на решение задачи моделирования характеристик композиционных материалов для уменьшения габаритов стойки опор ЛЭП при сохранении (либо повышении) модуля упругости при изгибе. Модель позволяет, варьируя входные параметры: тип ровинга (базальтовый или стеклянный), схему намотки, количество слоев, параметры исходных компонент: модули упругости, модули сдвига, коэффициенты Пуассона волокон и связующего (матрицы), коэффициент армирования, получить наилучшие оценки модулей упругости вдоль  $E_a$  и поперек  $E_b$  трубы, модуля сдвига в плоскости армирования стенки трубы  $G_{ab}$ . Для проверки модели были изготовлены образцы многослойных труб – макетов стойки опор диаметром 110 мм толщиной 5-6 мм из базальтового и стеклянного ровинга. При намотке труб реализованы для каждого вида ровинга по 5 схем армирования, включая продольно-поперечную намотку, с чередованием слоев под углом  $90^\circ$  и  $5^\circ$ , спиральную намотку под углом  $30^\circ$  и  $60^\circ$  к оси трубы и их комбинации (спирально-продольная и спирально-продольно-поперечная намотки). Для каждой схемы армирования проведены неразрушающие нагружения трехточечным поперечным изгибом труб на базе 1964, 1500, 1020, 808 мм и определены экспериментальные значения модуля упругости. Получены сопоставимые значения жесткости стекло- и базальтопластиковых труб. Наибольший модуль упругости обеспечивает продольно-поперечная намотка, наименьший – спиральная. Экспериментальные данные соответствуют рассчитанным по модели, при решении обратной задачи, с отклонением до 4,4 %.

**Ключевые слова:** математическая модель; модуль упругости; прочность; стеклопластик. базальтопластик; стойка опоры ЛЭП; композитные материалы.

## MATHEMATICAL MODELING OF ELASTIC MODULUS OF COMPOSITE SANDWICH MATERIALS

A.N. Blaznov, A.S. Zubkov, A.S. Krotov, V.V. Samoilenko

*Institute for Problems of Chemical and Energetic Technologies Siberian Branch  
of the Russian Academy of Sciences, ELECTROMASH Ltd., Altai State University*

## Abstract

This work is focused on solving the problem of modeling behaviors of composite materials to reduce dimensions of the tower body of power transmission lines while preserving (or enhancing) the elastic modulus under flexure. The model allows the best estimates to be achieved for the elastic moduli longwise,  $E_\alpha$ , and crosswise,  $E_\beta$ , of the pipe and for shear modulus in the reinforcement plane of the pipe wall,  $G_{\alpha\beta}$ , by varying the input parameters: roving type (basalt or glass), filament-winding pattern, number of layers; and by varying the parameters of the starting components: elastic moduli, shear moduli, Poisson's ratio of the fiber and binder (matrix), and reinforcement ratio. To check the model, multilayer pipe specimens—mockups of the tower body—of 110 mm wide and 5-6 mm thick were fabricated from basalt and glass rovings. Five reinforcement layups were applied to each roving type in pipe winding, including: longitudinal-circumferential winding with interleaving layers at  $90^\circ$  and  $5^\circ$ , helical winding at  $30^\circ$  to  $60^\circ$  to the pipe axis, and combinations thereof (helical-longitudinal and helical longitudinal-circumferential). A nondestructive three-point transverse bending test was conducted on 1964, 1500, 1020, 808-mm pipes for each reinforcement pattern and the elastic modulus was experimentally measured. The highest elastic modulus was obtained with the longitudinal-circumferential winding and the lowest one with the helical winding. The glass-reinforced and basalt-reinforced polymer pipes had commensurable rigidities. The experimental data are in agreement with the model-predicted data when solving the inverse problem, with a deviation of up to 4.4%.

**Key words:** mathematical model; elastic modulus; strength; fiberglass-reinforced plastic; basalt fiber-reinforced plastic; tower body of transmission line; reinforcement lay-up schemes; composite materials.

Цель работы: моделирование характеристик КМ для уменьшения габаритов стойки опор ЛЭП при сохранении (либо улучшении) эксплуатационных характеристик конечного продукта (модуль упругости при изгибе). При планировании эксперимента: Варьирование типом материала (стеклопластик, базальтопластик), массовой долей наполнителя (армирующего волокна), схемой армирования ( $0^\circ$ ,  $\pm 30^\circ$ ,  $\pm 60^\circ$ ,  $90^\circ$  к оси модуля стойки опоры), длиной модуля.

## 1. СОДЕРЖАНИЕ МОДЕЛИ

Исходные данные: тип ровинга (базальт и стекло); требуемая деформативность модуля стойки опоры (задаются изгибающая и сжимающая сила, а также допустимое отклонение от вертикали).

Выходные параметры: способ намотки, угол армирования, количество слоев; модуль упругости; прочность вдоль и поперек трубы.

## 2. ОПИСАНИЕ ГЕОМЕТРИИ ЗАДАЧИ

Геометрия задачи представлена на рис. 1. Задаваемые величины:  $L$  – длина трубы, мм;  $D$  – внешний диаметр трубы, мм (определяется в ходе поиска оптимального количества слоев КМ);  $d$  – внутренний диаметр трубы, мм;  $h$  – высота приложения сил, мм;  $f$  – максимальный допустимый прогиб трубы, мм;  $N$  – сжимающая сила, кН;  $Q$  – изгибающая сила, кН.

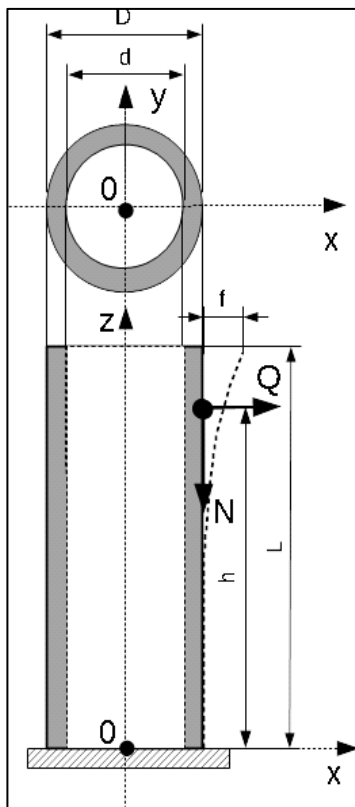


Рисунок 1 – Геометрия задачи

### 3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Согласно работам [1-4], можно построить следующую модель (рис.2).

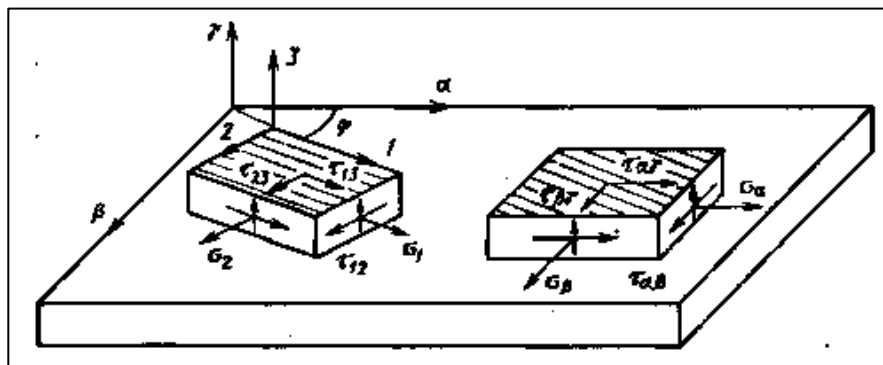


Рисунок 2 - Элемент однонаправленного слоя композита

Предположим, что элемент слоя находится в условиях плоского напряженного состояния.

Поскольку оси координат 1, 2 являются осями ортотропии, закон Гука для слоя может быть записан в виде:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \bar{E}_1(\varepsilon_1 + \nu_{12}\varepsilon_2), \\ \sigma_2 &= \bar{E}_2(\varepsilon_2 + \nu_{21}\varepsilon_1), \\ \tau_{12} &= G_{12}\gamma_{12}, \\ \bar{E}_1 &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \bar{E}_2 = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}},\end{aligned}\tag{1}$$

где  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12}$  - деформации в направлениях 1, 2 и плоскости 12, соответственно,  $E_1, E_2$  и  $G_{12}$  - модули упругости в направлениях 1, 2 и модуль сдвига в плоскости слоя,  $\nu_{12}, \nu_{21}$ , - коэффициенты Пуассона.

Эффективные жесткостные характеристики однонаправленного композитного материала можно вычислить по последующим формулам:

$$E_1 = \mu E_f + (1 - \mu)E_m,\tag{2}$$

$$E_2 \approx \frac{E_f E_m}{\mu E_m + (1 - \mu)E_f}\tag{3}$$

Для модуля сдвига в плоскости армирования имеем аналогичную по структуре формулу

$$G_{12} = G_{13} = \frac{G_f(1 + \mu) + G_m(1 - \mu)}{G_m(1 + \mu) + G_f(1 - \mu)} G_m,\tag{4}$$

где модули сдвига изотропных волокна и связующего определяются выражениями:

$$G_f = \frac{E_f}{2(1 + \nu_f)}, \quad G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)}.\tag{5}$$

Коэффициенты Пуассона однонаправленного материала рассчитывают по выражениям:

$$\nu_{12} = \mu\nu_f + (1 - \mu)\nu_m, \quad \nu_{21} = \frac{\nu_{12}E_2}{E_1}.\tag{6}$$

Модуль поперечных сдвигов:

$$G_{23} = \frac{G_f G_m}{\mu G_m + (1 - \mu)G_f}\tag{7}$$

Здесь  $E_f, E_m$  - модули упругости,  $G_f, G_m$  - модули сдвига,  $\nu_f, \nu_m$  - коэффициенты Пуассона волокон ( $f$ ) и связующего (матрицы) ( $m$ ),  $\mu$  - коэффициент армирования.

Рассмотрим композиционный материал, состоящий из  $K$  однонаправленных слоев с толщиной отдельного слоя  $t_k$  и углом армирования  $\varphi_k$ . Ось  $\alpha$  направлена вдоль оси трубы,  $\beta$  - поперек,  $\gamma$  - трансверсально плоскости армирования (рис. 3).

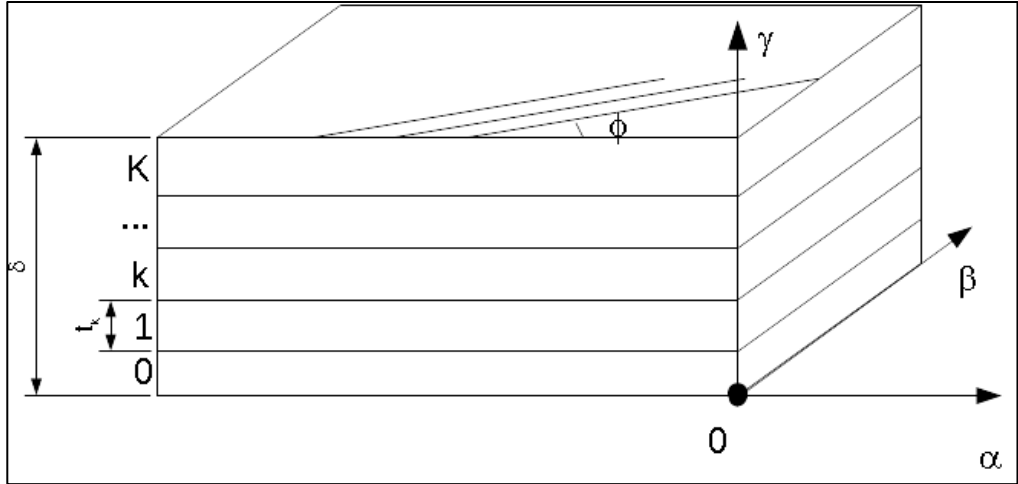


Рисунок 3 - Координаты слоев

Физические соотношения для слоистого материала можно записать в виде

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha} &= B_{11}\varepsilon_{\alpha} + B_{12}\varepsilon_{\beta} + B_{13}\gamma_{\alpha\beta}, \\ \sigma_{\beta} &= B_{21}\varepsilon_{\alpha} + B_{22}\varepsilon_{\beta} + B_{23}\gamma_{\alpha\beta},\end{aligned}\quad (8)$$

$$\begin{aligned}\tau_{\alpha\beta} &= B_{31}\varepsilon_{\alpha} + B_{32}\varepsilon_{\beta} + B_{33}\gamma_{\alpha\beta}, \\ \tau_{\alpha\gamma} &= B_{44}\gamma_{\alpha\gamma}, \quad \tau_{\beta\gamma} = B_{55}\gamma_{\beta\gamma},\end{aligned}\quad (9)$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^K \left( \frac{t_k}{\delta} A_{ij}^k \right), \quad i, j = 1..5 \quad (10)$$

где

где  $A_{ij}^k$  определяется системой уравнений для каждого  $k$ -го слоя (параметр  $k$  опущен):

$$\begin{aligned}A_{11} &= \bar{E}_1 \cos^4 \varphi + \bar{E}_2 \sin^4 \varphi + 2(\bar{E}_1 \nu_{12} + 2G_{12}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi, \\ A_{22} &= \bar{E}_1 \sin^4 \varphi + \bar{E}_2 \cos^4 \varphi + 2(\bar{E}_1 \nu_{12} + 2G_{12}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi, \\ A_{12} = A_{21} &= \bar{E}_1 \nu_{12} + [\bar{E}_1 + \bar{E}_2 + 2(\bar{E}_1 \nu_{12} + 2G_{12})] \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi,\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}A_{13} = A_{31} &= [\bar{E}_1 \cos^2 \varphi - \bar{E}_2 \sin^2 \varphi - (\bar{E}_1 \nu_{12} + 2G_{12})] \cos 2\varphi, \\ A_{23} = A_{32} &= [\bar{E}_1 \sin^2 \varphi - \bar{E}_2 \cos^2 \varphi + (\bar{E}_1 \nu_{12} + 2G_{12})] \cos 2\varphi, \\ A_{33} &= (\bar{E}_1 + \bar{E}_2 - 2\bar{E}_1 \nu_{12}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + G_{12} \cos 2\varphi.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A_{44} &= G_{13} \cos^2 \varphi + G_{23} \sin^2 \varphi, \\ A_{55} &= G_{13} \sin^2 \varphi + G_{23} \cos^2 \varphi, \\ A_{45} = A_{54} &= (G_{13} - G_{23}) \sin \varphi \cos \varphi.\end{aligned}\quad (12)$$

$$\delta = \sum_{k=1}^K t_k = \frac{1}{2}(D - d)$$

– толщина стенки трубы как сумма толщин слоев;

$\sigma$  – напряжения всех слоев участка стенки трубы;  $\varepsilon, \gamma$  – деформации всех слоев участка стенки трубы.

Приведенные соотношения можно представить в форме, разрешенной относительно средних деформаций пакета:

$$\begin{aligned}\varepsilon_\alpha &= \frac{\sigma_\alpha}{E_\alpha} - \mu_{\alpha\beta} \frac{\sigma_\beta}{E_\beta} + \eta_{\alpha,\alpha\beta} \frac{\tau_{\alpha\beta}}{G_{\alpha\beta}}, \\ \varepsilon_\beta &= -\mu_{\beta\alpha} \frac{\sigma_\alpha}{E_\alpha} + \frac{\sigma_\beta}{E_\beta} + \eta_{\beta,\alpha\beta} \frac{\tau_{\alpha\beta}}{G_{\alpha\beta}}, \\ \gamma_{\alpha\beta} &= \eta_{\alpha\beta,\alpha} \frac{\sigma_\alpha}{E_\alpha} + \eta_{\alpha\beta,\beta} \frac{\sigma_\beta}{E_\beta} + \frac{\tau_{\alpha\beta}}{G_{\alpha\beta}}.\end{aligned}\tag{13}$$

Здесь  $E_\alpha = \frac{B}{B_{22}B_{33} - B_{23}^2}$  – модуль упругости вдоль оси трубы

$E_\beta = \frac{B}{B_{11}B_{33} + B_{13}^2}$  – модуль упругости поперек оси трубы

$G_{\alpha\beta} = \frac{B}{B_{11}B_{22} - B_{12}^2}$  – модуль сдвига в плоскости армирования стенки

трубы;

$\mu_{\alpha\beta} = \frac{B_{12}B_{33} - B_{13}B_{23}}{B_{11}B_{33} - B_{13}^2}$ ;  $\mu_{\beta\alpha} = \frac{B_{12}B_{33} - B_{13}B_{23}}{B_{22}B_{33} - B_{23}^2}$  – коэффициенты

Пуассона;

$\eta_{\alpha,\alpha\beta} = \frac{B_{12}B_{23} - B_{13}B_{22}}{B_{11}B_{22} - B_{12}^2}$ ;  $\eta_{\beta,\alpha\beta} = \frac{B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23}}{B_{11}B_{22} - B_{12}^2}$ ;

$\eta_{\alpha\beta,\alpha} = \frac{B_{12}B_{23} - B_{13}B_{22}}{B_{22}B_{33} - B_{23}^2}$ ;  $\eta_{\alpha\beta,\beta} = \frac{B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23}}{B_{11}B_{33} - B_{13}^2}$ ;

$B = B_{33}(B_{11}B_{22} - B_{12}^2) + 2B_{12}B_{13}B_{23} - B_{11}B_{23}^2 - B_{22}B_{13}^2$

Для материала с симметричной структурой коэффициенты  $B_{13} = B_{31} = B_{23} = B_{32} = 0$ . Модули упругости и коэффициенты Пуассона в этом случае определяются формулами

$$E_\alpha = B_{11} - \frac{B_{12}^2}{B_{22}}; \quad E_\beta = B_{22} - \frac{B_{12}^2}{B_{11}}; \quad \mu_{\alpha\beta} = \frac{B_{12}}{B_{11}}; \quad \mu_{\beta\alpha} = \frac{B_{12}}{B_{22}}.\tag{14}$$

Таким образом, варьируя входные параметры: тип ровинга, схему намотки, количество слоев, параметры исходных компонент: модули упругости, модули сдвига, коэффициенты Пуассона волокон и связующего (матрицы), коэффициент армирования, можно получить наилучшие оценки модулей упругости вдоль  $E_\alpha$  и поперек  $E_\beta$  трубы, модуля сдвига в плоскости армирования стенки трубы  $G_{\alpha\beta}$ .

#### 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для проверки модели были изготовлены образцы многослойных труб – макетов стойки опор:

- 5 труб из базальтопластика (В1-В5) с разной схемой армирования внутренним диаметром 110 мм толщиной 5-6 мм длиной 2 м, на основе базальтового ровинга BCF 17-2520-KV12 int;

- 5 труб из стеклопластика (С1-С5) с разной схемой армирования внутренним диаметром 110 мм толщиной 5-6 мм длиной 2 м, на основе стеклянного ровинга ЕС 17-1200-35;

Режимы отверждения стандартные (при вращении на оправке). Наружный слой на всех вариантах кольцевой (для утягивания). Количество слоев определялось технологически, чтобы набрать заданную толщину трубы. В табл. 1 представлены геометрические характеристики исследованных труб.

Таблица 1

Геометрические характеристики труб на базе  $L=1964$  мм

Обозначение	Тип намотки	$D$ , мм	$d$ , мм	$s$ , мм	$h_p$ , мм	$h_f$ , мм	$A$ , мм <sup>2</sup>	$J_x \times 10^6$ , мм <sup>4</sup>	$W_x \times 10^4$ , мм <sup>3</sup>
С1	ПП	122,88	110	6,44	982	937	2354,8	4,00	6,52
С2	СП	121,83	110	5,91	982	937	2153,0	3,62	5,95
С3	СПП	123,40	110	6,70	982	937	2456,4	4,20	6,80
С4	С	121,63	110	5,81	982	937	2114,8	3,56	5,85
С5	С	121,32	110	5,66	982	937	2057,6	3,45	5,69
В1	ПП	122,43	110	6,21	982	937	2268,1	3,84	6,27
В2	СП	124,08	110	7,04	982	937	2587,6	4,45	7,17
В3	СПП	124,05	110	7,02	982	937	2582,7	4,44	7,15
В4	С	121,98	110	5,99	982	937	2181,8	3,68	6,03
В5	С	123,10	110	6,55	982	937	2398,3	4,09	6,64

Примечание: С – спиральная намотка под углом 30° (С4, В4) и 60° (С5, В5);  
 ПП – продольно-поперечная намотка, с чередованием слоев под углом 90° и 5° к оси трубы;  
 СП – спирально-продольная намотка, с чередованием слоев под углом 30° и 5° к оси трубы;  
 СПП – спирально-продольно-поперечная намотка, с чередованием слоев под углом 30°, 5° и 90° к оси трубы;  $s$  – толщина стенки трубы,  $h_p$  – точка приложения силы ровно посередине между опорами,  $h_f$  – точка измерения прогиба,  $A$ ,  $J_x$ ,  $W_x$  – площадь сечения, момент инерции и момент сопротивления кольца

При расчете величины модуля и напряжений по экспериментальным данным использовали следующие выражения.

Модуль упругости при изгибе определяли по формуле [5]:

$$E = \frac{Pz(4z^2 - 3L^2)}{48fJ_x},$$

где  $P$  (кН) – сосредоточенная сила, приложенная в центре трубы,  $L$  (мм) – длина базы,  $f$  (мм) – прогиб в точке  $z$ ,  $J_x$  (мм<sup>4</sup>) – момент инерции кольца.

Максимальное нормальное и касательное напряжение при изгибе определяется по выражениям:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x}, \tau_{max} = \frac{\sigma_{max}}{2} \frac{D}{L},$$

где  $M_{max} = \frac{PL}{4}$  – максимальный момент силы, кН·мм

В табл. 2 приведены результаты расчета.

Согласно работе [5], прогиб трубы можно представить в виде:

$$f_{\max} = \frac{PL^3}{48EJ_x} \left( 1 + \alpha \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{E}{G} \right), \quad (15)$$

где  $E_{\text{ист}}$  – модуль упругости при изгибе (ГПа),  $G_{\text{сд}}$  – модуль сдвига (ГПа),  $\alpha$  – параметр, зависящий от вида сечения.

Таблица 2

Упруго-прочностные характеристики труб

L, мм	Данные	В (базальт, 110 мм)					В Итог	С (стекло, 110 мм)					С Итог
		B1	B2	B3	B4	B5		C1	C2	C3	C4	C5	
808	E1avg	22,54	23,65	24,10	24,91	14,40	21,92	24,43	26,80	26,43	25,87	15,20	23,75
	E1std	1,85	1,16	1,51	2,09	0,81	1,48	1,38	1,71	1,30	1,18	1,40	1,40
	E2avg	21,91	28,30	22,97	24,40	14,67	22,45	29,42	26,20	26,12	27,82	17,09	25,33
	E2std	1,56	2,26	1,92	1,10	1,03	1,58	1,03	1,73	1,70	2,85	1,31	1,72
	$\sigma_{1\max}$	32,2	28,2	28,2	33,5	30,4	30,5	31,0	33,9	29,7	34,6	35,5	32,9
	$\tau_{1\max}$	2,4	2,2	2,2	2,5	2,3	2,3	2,4	2,6	2,3	2,6	2,7	2,5
1020	E1avg	24,32	26,67	27,07	22,89	14,71	23,13	30,77	30,17	30,53	26,21	15,19	26,58
	E1std	1,40	3,20	2,17	1,47	1,29	1,91	2,70	2,27	2,09	1,44	1,45	1,99
	E2avg	27,79	26,06	28,53	24,84	14,41	24,33	30,18	33,57	30,84	24,05	15,08	26,74
	E2std	1,87	3,38	2,04	1,17	0,91	1,87	2,32	2,31	1,78	1,10	1,67	1,84
	$\sigma_{1\max}$	40,6	35,6	35,6	42,3	38,4	38,5	39,1	42,8	37,5	43,6	44,9	41,6
	$\tau_{1\max}$	2,4	2,2	2,2	2,5	2,3	2,3	2,4	2,6	2,3	2,6	2,7	2,5
1500	E1avg	27,89	24,43	25,75	22,86	13,54	22,89	31,16	30,37	28,09	23,30	14,44	25,47
	E1std	2,67	1,92	1,32	1,40	1,30	1,72	1,48	1,20	1,45	1,58	1,07	1,35
	E2avg	27,09	25,08	26,25	23,45	13,24	23,02	30,01	30,69	28,34	24,00	14,84	25,58
	E2std	1,42	1,14	0,56	1,53	1,53	1,24	2,33	1,46	1,78	1,40	1,32	1,66
	$\sigma_{1\max}$	59,8	52,3	52,4	62,2	56,5	56,6	57,6	63,0	55,1	64,2	66,0	61,2
	$\tau_{1\max}$	2,4	2,2	2,2	2,5	2,3	2,3	2,4	2,6	2,3	2,6	2,7	2,5
1964	E1avg	27,31	25,33	26,94	24,88	13,76	23,64	36,84	28,22	26,74	23,31	15,47	26,12
	E1std	0,82	1,27	1,27	3,52	0,49	1,47	8,78	1,51	4,35	1,47	1,21	3,46
	E2avg	28,88	24,00	26,15	23,45	13,22	23,14	36,26	25,09	27,78	23,60	15,25	25,60
	E2std	0,84	3,17	0,84	0,59	2,16	1,52	5,26	3,88	0,98	2,07	0,89	2,62
	$\sigma_{1\max}$	78,3	68,5	68,6	81,4	74,0	74,2	75,4	82,5	72,2	84,0	86,4	80,1
	$\tau_{1\max}$	2,4	2,2	2,2	2,5	2,3	2,3	2,4	2,6	2,3	2,6	2,7	2,5
<b>Итог E1avg</b>	25,51	25,02	25,96	23,88	14,10	22,90	30,80	28,89	27,95	24,67	15,08	25,48	
<b>Итог E1std</b>	1,68	1,89	1,57	2,12	0,97	1,65	3,58	1,67	2,30	1,42	1,28	2,05	
<b>Итог E2avg</b>	26,42	25,86	25,98	24,04	13,89	23,24	31,47	28,89	28,27	24,87	15,56	25,81	
<b>Итог E2std</b>	1,42	2,49	1,34	1,10	1,41	1,55	2,74	2,35	1,56	1,85	1,30	1,96	
<b>Итог <math>\sigma_{1\max}</math></b>	52,7	46,1	46,2	54,8	49,8	50,0	50,8	55,6	48,6	56,6	58,2	53,9	
<b>Итог <math>\tau_{1\max}</math></b>	2,4	2,2	2,2	2,5	2,3	2,3	2,4	2,6	2,3	2,6	2,7	2,5	

Примечание. E1avg - средний модуль упругости для плоскости 0° и его ошибка E1std, ГПа;  
E2avg - средний модуль упругости для плоскости 90° и его ошибка E2std, ГПа;  
 $\sigma_{1\max}$ ,  $\tau_{1\max}$  - максимальные нормальное и касательное напряжения, МПа

Модель (15) позволяет описать единым образом весь эксперимент, включающий все длины труб для каждого типа намотки. На рис. 4,5 представлены зависимости прогиба от нагрузки для двух типов труб на всех базах (точки –



эксперимент, сплошные линии – модель (15), пунктирные линии – разность между экспериментом и моделью). Угол наклона линии растет с ростом длины базы.

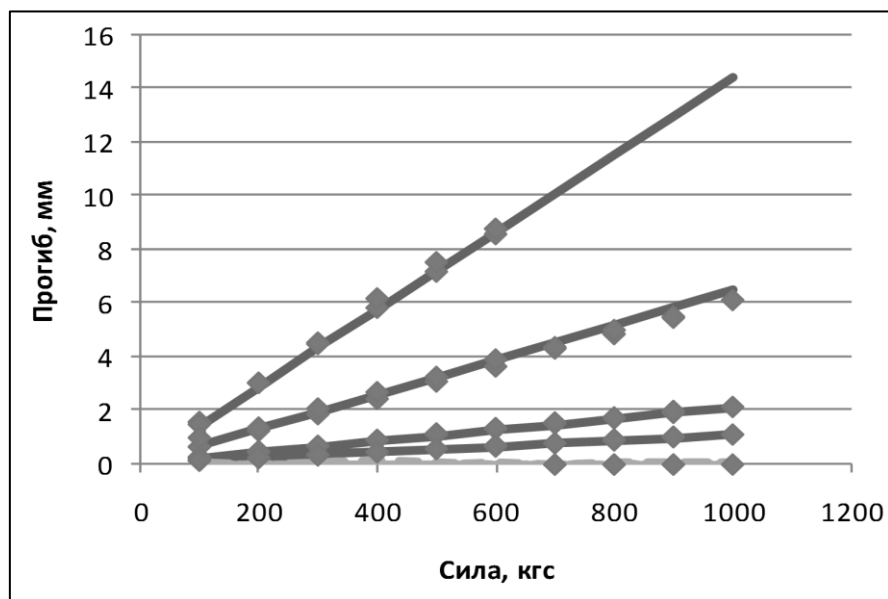


Рисунок 4 - Прогиб трубы В1, при длине (сверху вниз): 1964, 1500, 1020, 808 мм

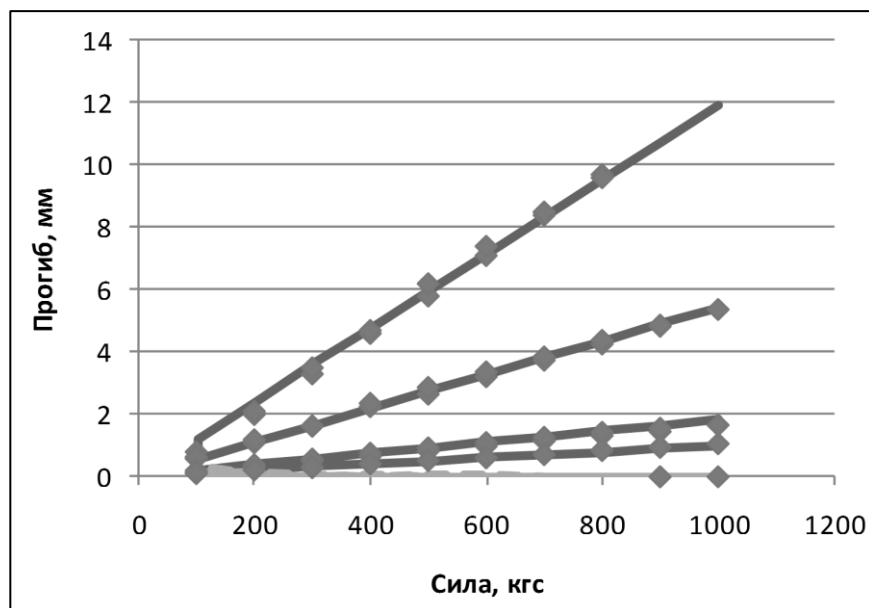


Рисунок 5 - Прогиб трубы С1 при длине (сверху вниз): 1964, 1500, 1020, 808 мм

## 5. ПРОВЕРКА МОДЕЛИ

Применение модели конструирования пакета слоев с исходными значениями параметров  $E_f$ ,  $E_m$ ,  $G_f$ ,  $G_m$ ,  $\nu_f$ ,  $\nu_m$ , из справочника [2] (табл. 3), продемонстрировано на примере длины  $L = 1964$  мм, при коэффициенте армирования  $\mu = 0,8$ . Данные расчета и эксперимента приведены в табл. 4.

Таблица 3

Входные параметры

Компонент	$E$ , ГПа	$\nu$	$G$ , ГПа
Базальтовое волокно	80,0	0,25	32,0
Стекловолокно	81,5	0,25	32,6
Эпоксидное связующее	3,3	0,3	1,27

Таблица 4

Сопоставление модели и проверочного эксперимента

Модель (табл. 3)	B1	B2	B3	B4	B5	C1	C2	C3	C4	C5
$E_\alpha$ , ГПа	25,86	39,46	32,32	29,62	15,27	27,51	42,37	28,69	29,25	15,26
$E_\beta$ , ГПа	5,66	8,64	7,08	6,49	3,35	5,93	9,14	6,19	6,31	3,29
$\sigma_\alpha$ , ГПа	1,07	1,34	1,12	0,73	0,34	1,18	1,45	1,00	0,75	0,36
$\sigma_\beta$ , ГПа	0,05	0,50	0,42	0,96	0,89	0,06	0,64	0,48	1,00	0,94
$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	2386	2386	2386	2386	2386	2282	2282	2282	2282	2282
$m$ , кг	25,56	17,67	21,55	25,56	21,55	15,08	13,29	13,29	9,80	9,80
Эксперт (табл. 2)	B1	B2	B3	B4	B5	C1	C2	C3	C4	C5
$E_{1avg}$ , ГПа	27,31	25,33	26,94	24,88	13,76	36,84	28,22	26,74	23,31	15,47
$E_{1std}$ , ГПа	0,82	1,27	1,27	3,52	0,49	8,78	1,51	4,35	1,47	1,21
Погрешность	B1	B2	B3	B4	B5	C1	C2	C3	C4	C5
$dE = E_{1avg} - E_\alpha$ , ГПа	1,45	14,13	-5,38	-4,74	-1,52	9,32	14,16	-1,95	-5,94	0,22
$rE = dE / E_{1avg}$ , %	5,3	55,8	20,0	19,1	11,0	25,3	50,2	7,3	25,5	1,4
Примечание. $E_\alpha$ , $E_\beta$ - модуль упругости вдоль и поперек трубы, рассчитываемый по выражению (14); $\sigma_\alpha$ , $\sigma_\beta$ - прочность вдоль и поперек трубы, рассчитываемая по выражению (8); $\rho$ - плотность композита; $m$ - масса трубы длины $L = 1964$ мм; $dE$ - абсолютная ошибка, $rE$ - относительная ошибка										

Если решить обратную задачу, где на входе экспериментальные значения модуля упругости при трехточечном изгибе (табл. 2), то можно найти оценки входных параметров ( $E_f$ ,  $E_m$ ,  $G_f$ ,  $G_m$ ,  $\nu_f$ ,  $\nu_m$ ,  $\mu$ ), подставить в итоговую модель и получить оценки модуля упругости материала из эксперимента. Результаты расчетов приведены в таблицах 5 и 6.

Таблица 5

## Результаты решения обратной задачи

Var	B1	B2	B3	B4	B5	C1	C2	C3	C4	C5
E1avg	27,31	25,33	26,94	24,88	13,75	36,84	28,22	26,74	23,31	15,47
dE1, %	3	5	5	14	4	24	5	16	6	8
Em1, ГПа	25,86	39,46	32,32	29,62	15,27	27,51	42,37	28,69	29,25	15,26
dEm1, %	5	56	20	19	11	25	50	7	25	1
Em2, ГПа	25,51	25,63	25,99	28,27	14,19	36,89	34,85	29,01	18,67	12,16
dEm2, %	7	1	3	14	3	0	24	9	20	21

Примечание. Var – описание; E1avg – эксперимент; dE1 - относительная ошибка эксперимента; Em1 – модель 1 с входными параметрами из табл. 3; dEm1 - относительная ошибка первой модели; Em2 – модель 2 с параметрами, найденными из эксперимента (табл. 2); dEm2 - относительная ошибка второй модели

Таблица 6

## Входные параметры

Компонент	E, ГПа	$\nu$	G, ГПа
Базальтовое волокно	61,55	0,12	27,51
Стекловолокно	50,68	0,36	18,58
Эпоксидное связующее	4,89	0,19	2,06

Во всех случаях коэффициент армирования  $\mu=0,8$ .

В табл.7 собраны общие результаты применения модели (1-14) при использовании справочных данных - Модель 1 (табл.3) и после решения обратной задачи - Модель 2 (табл.6).

Таблица 7

## Общие результаты моделирования

Параметры	Модель 1	Модель 2
Невязка	1332,426	117,041
Средняя ошибка, %	14,902	4,417
R <sup>2</sup> коэффициент детерминации	0,669	0,871

По данным таблицы можно заключить, что при решении обратной задачи (по модели 2) получена более высокая сходимость экспериментальных и расчетных данных.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

1. Построена модель зависимости модуля упругости и прочности от характеристик компонент композиционного материала:  $E_f$ ,  $E_m$  – модулей

упругости,  $G_f$ ,  $G_m$  – модулей сдвига,  $\nu_f$ ,  $\nu_m$  – коэффициентов Пуассона волокон ( $f$ ) и связующего (матрицы) ( $m$ ),  $\mu$  – коэффициента армирования.

2. Произведена математическая обработка эксперимента на трехточечный изгиб на базе 1964, 1500, 1020, 808 мм для базальтопластиковых и стеклопластиковых труб с разной схемой армирования.

3. Наибольший модуль упругости  $31,15 \pm 3,6$  ГПа получен для трубы на основе стеклянных ровингов, с продольно-поперечной схемой намотки.

4. Наибольшие нормальные и касательные напряжения ( $\sigma=57,4$  МПа,  $\tau=2,6$  МПа) наблюдаются у образцов стекло- и базальтопластиковых труб со спиральной схемой намотки под углом  $30^\circ$  и  $60^\circ$ , при этом модуль упругости наименьший:  $E_B = 18,98 \pm 1,5$  ГПа,  $E_C = 20,0 \pm 1,5$  ГПа.

5. Средний измеренный модуль упругости у труб из стеклянного ровинга больше, чем из базальтового:  $E_C=25,64 \pm 2,1$  ГПа против  $E_B=23,07 \pm 1,6$  ГПа.

6. Для проверочной партии труб были проведены сравнения рассчитанных по модели и экспериментальных значений модуля упругости вдоль трубы при нагружении трехточечным изгибом на базе  $L=1964$  мм. Средняя относительная погрешность модели составила 14,9 %. Решая обратную задачу по нахождению входных параметров, погрешность модели снижена до 4,4 %.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. — М.: Машиностроение, 1988. — 272 с.

2. Композиционные материалы: Справочник/ В.В. Васильев, В.Д. Протасов, В.В. Болотин и др.; Под общ.ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.

3. Абросимов Н.А. Методика построения разрешающей системы уравнений динамического деформирования композитных элементов конструкций. Учебно-методическое пособие. - Н. Новгород: 2010. - 40 с.

4. Салов В.А., Солдатов С.А. Методические указания к курсовой работе «Исследование упругих и прочностных свойств слоистого композиционного материала» по курсу «Механика композиционных материалов» [электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.studfiles.ru/dir/cat41/subj1493/file17512/view164732.html>

5. Поносов С.Е. Результаты испытания стеклопластиковых труб [электронный ресурс] / Режим доступа: [http://www.newchemistry.ru/printletter.php?n\\_id=953](http://www.newchemistry.ru/printletter.php?n_id=953).

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы» (мероприятие 1.4 Программы), заявка 2014-14-582-0002-025, по проекту «Разработка опор из композитных материалов и технических решений для ультракомпактных высоковольтных линий (УКВЛ) на различные классы напряжений (35 кВ, 110 кВ)», соглашение № 14.582.21.0001, уникальный идентификатор RFMEFI58214X0001.*

**Блазнов Алексей Николаевич** – д-р техн.наук, доцент, заведующий лабораторией Материаловедения минерального сырья, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем химико-энергетических технологий Сибирского отделения Российской академии наук (ИПХЭТ СО РАН, 659322, г. Бийск Алтайского, ул. Социалистическая, 1, тел.8(3854) 30-58-82, e-mail labmineral@mail.ru

**Зубков Александр Сергеевич**, к.т.н., технический директор ООО «ЭЛЕКТРОТЯЖМАШ», 630088, г.Новосибирск ул.Сибиряков-Гвардейцев, д.51/3, тел. 8(383)344-86-88, e-mail: zas@fenix-88.ru

**Кротов Анатолий Сергеевич**, канд.физ.–мат.наук, доцент, научный сотрудник, Алтайский государственный университет, г. Барнаул, проспект Ленина,61, тел. 8-962-799-00-24, e-mail: askrotov@list.ru

**Самойленко Вячеслав Владимирович** – старший научный сотрудник лаборатории Материаловедения минерального сырья Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем химико-энергетических технологий Сибирского отделения Российской академии наук (ИПХЭТ СО РАН), 659322, г.Бийск Алтайского края, ул. Социалистическая, 1, тел.8(3854) 30-59-06, e-mail labmineral@mai.ru

**Blaznov Aleksey Nikolayevich** – Dr. (Engin.), Assoc. Prof., Head of Laboratory of Materials Science and Mineral Raw Materials, Institute for Problems of Chemical and Energetic Technologies, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (IPCET SB RAS), 659322, Biysk, Altai Krai, 1 Socialisticheskaya st, tel.: 8 (3854) 30-58-82., e-mail: labmineral@mail.ru

**Zubkov Aleksandr Sergeyeovich** – Cand.Sci. (Engin.), Technical Director, ELECTROMASH Ltd., 630088, Novosibirsk, 51/3 Sibiryakov-Gvardeytsev st, tel. 8 (383) 344-86-88, e-mail: zas@fenix-88.ru

**Krotov Anatoly Sergeyeovich** – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Research Scientist, Altai State University, 656049, Barnaul, 61 Lenina pr., tel.: 8-962-799-00-24, e-mail: askrotov@list.ru

**Samoilenko Vyacheslav Vladimirovich** – Senior Research Scientist, Laboratory of Materials Science and Mineral Raw Materials, Institute for Problems of Chemical and Energetic Technologies, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (IPCET SB RAS), 659322, Biysk, Altai Krai, 1 Socialisticheskaya st, tel.: 8 (3854) 30-59-06, e-mail labmineral@mail.ru

## REFERENCES

1. Vasiliev V.V. *Mechanics of composite structures* – М.: Engineering, 1988, - 272p.

2. *Composite materials: A Guide* / V. V. Vasiliev, V.D. Protasov, V.V. Bolotin et al. – Under the total. Ed. V.V. Vasiliev, Y.M. Tarnopolsky. – M.: Engineering, 1990.- 512 p.

3. Abrosimov N.A. The method of constructing the resolving system of dynamic eformation of composite structural elements of equations. A teaching aid – Nizhni Novgorod: - 40 p.

4. Salov V. A., Soldatov S.A. Methodical guidelines for course work *Study of the elastic and strength properties of the layered composite material* for the course *Mechanics of Composite material* electronic resorce Mode of access: <http://www.studfiles.ru/dir/cat41/subj1493/file17512/view164732.html>

5. Ponosov C.E. The results of tests of GRP electronic resource/ Mode of access: [http://www.newchemistry.ru/printietter.php?n\\_id=953](http://www.newchemistry.ru/printietter.php?n_id=953).

### **Авторы**

Д-р техн. наук, проф.

А.Н. Блазнов \_\_\_\_\_

Канд. техн. наук

А.С. Зубков \_\_\_\_\_

Канд. физ.–мат. наук, доцент

А.С. Кротов \_\_\_\_\_

Ст. научный сотрудник

В.В. Самойленко \_\_\_\_\_